CONCURSUL DE MATEMATICĂ
“BĂLCESCU-150”

CLASA a IX-a

1. Determinaţi $x, y \in \mathbb{R}$, ştiind că $\left[x^2+x+2\right]=2x+\left[\dfrac{5xy}{x^2+6y^2}\right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

2. Fie $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{2013}$ numere reale pozitive şi suma

$$S=\frac{x_1}{(1+x_1)^2}+\frac{x_2}{(1+x_1+x_2)^2}+\ldots+\frac{x_{2013}}{(1+x_1+x_2+\ldots+x_{2013})^2}.$$

Demonstraţi că $S \le \dfrac{x_1+x_2+\ldots+x_{2013}}{1+x_1+x_2+\ldots+x_{2013}}$.

3. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A şi $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Considerăm punctele $E \in (AD)$ şi $F \in (DC)$ astfel încât $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{1}{3}$ şi $\dfrac{CF}{DF}=\dfrac{1}{2}$. Demonstraţi că $\sphericalangle ABE \equiv \sphericalangle CAF$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.