Clasa a V a

1. Un jucător de şah are la dispoziţie 5 zile de pregătire pentru o competiţie. El se antrenează jucând cel puţin o partidă pe zi, dar nu mai mult de 14 partide în total. Arătaţi că există cel puţin 2 zile în care joacă acelaşi număr de partide. Justificaţi răspunsul.

***

Soluţie: Dacă numărul partidelor din cele 5 zile nu se repetă numărul minim de partide este

$1+2+3+4+5=15, 15>14$ (20p)

deci, măcar în 2 zile se joacă acelaşi număr de partide (10p)

2. Aflați numerele naturale nenule n cu proprietățile: împărțind n la 17 obținem câtul egal cu restul împărțirii lui n la 19 și împărțind n la 19 obținem câtul egal cu restul împărțirii lui n la 17.

***

Soluție:

$$\left.\begin{array}{ll} n=17x+y, & y<17 \\ n=19y+x, & x<19 \end{array}\right\} \Rightarrow 17x+y=19y+x \Rightarrow 16x=18y \Rightarrow 8x=9y \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=8 \end{cases} \text{sau} \begin{cases} x=18 \\ y=16 \end{cases}.$$

(10p) (10p)

Deci soluțiile sunt $n=17\cdot 9+8=161$ și $n=17\cdot 18+16=322$. (10p)

3. Aflați numerele naturale de trei cifre, care împărțite la 28 dau câtul pătrat perfect și restul cub perfect.

***

Soluție:

$n=28\cdot c^2+k^3 \Rightarrow k^3<28 \Rightarrow k^3=0;1;8;27$. (10p)

Avem numere de 3 cifre, atunci: $c^2=4;9;16;25$ (10p)

Avem posibilitățile:

$n=28\cdot 4+0=112, n=28\cdot 4+1=113, n=28\cdot 4+8=120, n=28\cdot 4+27=139, n=28\cdot 9+0=252,$
$n=28\cdot 9+1=253, n=28\cdot 9+8=260, n=28\cdot 9+27=279, n=28\cdot 16+0=448, n=28\cdot 16+1=449,$
$n=28\cdot 16+8=456, n=28\cdot 16+27=475, n=28\cdot 25+0=700, n=28\cdot 25+1=701, n=28\cdot 25+8=708,$
$n=28\cdot 25+27=727$. (10p)